分析总结：

以上解法所设，仅仅考虑了斜率存在的情况，结合图形易知 $x=4$ 也满足条件，所以以上述解法是不完整的，漏掉了斜率不存在也符合题意的这一解：$x=4$. 故若将方程设为点斜式或斜截式，则应对斜率是否存在进行分类讨论，否则极易漏解.

再试身手

已知圆 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=4$，直线 l 过点 $P(2, 3)$且与圆 C 交于 A、B 两点，且 $|AB|=2\sqrt{3}$，求直线 l 的方程.

〖答案〗$x=2$ 或 $3x-4y+6=0$.

例 2. 设直线 l 的方程为 $x+y\cos\theta+3=0$ ($\theta\in$R)，则直线 l 的倾斜角 α 的范围是 ________.

错解： 由直线方程可得斜率 $k=-\dfrac{1}{\cos\theta}$.

$\because \cos\theta\in[-1, 1]$ 且 $\cos\theta\neq0$，则 $k\in(-\infty, -1]\cup[1, +\infty)$.

则 $\tan\alpha\in(-\infty, -1]\cup[1, +\infty)$，又 $\alpha\in(0, \pi)$，

$\therefore \alpha\in[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2})\cup(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{4}]$.

分析总结：

此题同样忽视了当 $\cos\theta=0$ 时斜率不存在这一情况. 当 $\cos\theta=0$ 时，方程变为 $x+3=0$，其倾斜角为 $\dfrac{\pi}{2}$，故倾斜角的范围应是 $[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}]$.

在倾斜角和斜率的关系中，若 $k=0$，则倾斜角为 0°；若 $k>0$，则倾斜角为锐角，且 k 随着倾斜角的增大而增大；若 $k<0$，则倾斜角为钝角，且 k 随着倾斜角的增大而增大；若 k 不存在，则倾斜角为 90°.

再试身手

若曲线 C_1：$x^2+y^2-2x=0$ 与曲线 C_2：$y[y-k(x+1)]=0$ 有四个不同交点，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \dfrac{\sqrt{3}}{3})$　　B. $(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, 0)\cup(0, \dfrac{\sqrt{3}}{3})$

C. $[-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \dfrac{\sqrt{3}}{3}]$　　D. $(-\infty, -\dfrac{\sqrt{3}}{3})\cup(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

〖答案〗B.

二、截距问题

1. 混淆截距和距离

例 3. 求过点 $P(-5, -4)$且与两坐标轴所围成的三角形面积为 5 的直线方程.

错解： 设直线方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，且直线过点 P $(-5, -4)$，

得 $\dfrac{-5}{a}+\dfrac{-4}{b}=1$……①，

又 $\dfrac{1}{2}ab=5$，故 $ab=10$……②

由①②无解，故直线方程不存在.

分析总结：

这里将直线在 x 轴和 y 轴的截距当成距离导致错解. 事实上，直线与两坐标轴所围成的三角形面积为 $\dfrac{|ab|}{2}$，而不是 $\dfrac{ab}{2}$.

2. 忽视截距为零

例 4. 求经过点 (2, 1) 且在两坐标轴上截距相等的直线方程.

错解： 设所求直线方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

由 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=1$ 且 $a=b$ 得 $a=b=3$.

$\therefore$ 所求的直线方程为 $x+y=3$.

分析总结：

上述解法是以截距不为零为前提的. 事实上，当直线在两坐标轴上的截距都为零，即经过原点时，也满足题意，此时直线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x$，故满足题意的直线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x$ 或 $x+y=3$.

截距相等包括两层意思，一是截距不为零时相等，二是截距为零时相等，而后者常被忽视，造成漏解.因此，对于此类题目，需分类讨论求解.

再试身手

已知直线 l：$(m^2-2m-3)x+(2m^2+m-1)y=2m-6$ 的横、纵截距相等，求实数 m 的值.

〖答案〗$m=3$ 或 $m=-2$.

三、求直线方程问题

1. 忽视与 x 轴平行的情况

例 5. 已知直线 l 过 (1, 2)、(2, b)，求直线 l 的方程.

错解： 由两点式，得直线 l 的方程为 $\dfrac{y-2}{b-2}=\dfrac{x-1}{2-1}$……③，

整理，得所求的方程为 $(2-b)x+y+b-4=0$.

分析总结：

这里忽视了 $b=2$，即与 x 轴平行的情况，若 $b=2$，③式不成立.

一般地，过 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 两点的直线方程可写成 $(x_2-x_1)(y-y_1)-(y_2-y_1)(x-x_1)=0$ 的形式. 在 $x_2\neq x_1$ 且 $y_2\neq y_1$ 时才写成 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

2. 忽视两条直线重合的情况

例 6. 已知直线 $ax+3y+1=0$ 与 $x+(a-2)y+a=0$ 平行，求 a 的值.

错解： $\because \dfrac{a}{1}=\dfrac{3}{a-2}$，解得 $a=-1$ 或 $a=3$.

分析总结：

上述解法忽视了两直线可能重合的情况. 因为当 $a=1$ 时，$\dfrac{a}{1}=\dfrac{3}{a-2}=\dfrac{1}{a}$，此时两直线重合，所以 $a=-1$ 舍去，故 a 的值为 3.

3. 忽视直线的存在性的情况

例 7. 已知直线 l_1：$(m+3)x+(m-1)y-5=0$ 与直线 l_2：$(m-1)x+(3m+9)y-1=0$ 互相垂直，试求 m 的值.

错解： 直线 l_1 的斜率为 $k_1=-\dfrac{m+3}{m-1}$，直线 l_2 的斜率为 $k_2=$